

Całki oznaczone i ich zastosowania

środa, 7 kwietnia 2021 17:05

$$\int_0^3 \frac{dx}{x^2 + 9} \quad I = \frac{\pi}{12}$$

$$\int_{-3}^{-2} \frac{dx}{x^2 + 2x + 1} \quad I = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{3 + 2x - x^2}} \quad I = \frac{\pi}{6}$$

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2x - 3}{\sqrt{3 + 4x - 4x^2}} dx \quad I = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$$

$$\int_1^2 \frac{x^2 + 1}{\sqrt[3]{x^3 + 3x + 1}} dx \quad I = \frac{1}{2} (15^{\frac{2}{3}} - 5^{\frac{2}{3}})$$

$$\int_0^6 \frac{x}{\sqrt{4 + x^4}} dx \quad I = \frac{1}{2} \ln(18 + 5\sqrt{13})$$

$$\int_0^1 x^2 \operatorname{arctg} x dx \quad I = \frac{\pi}{12} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \ln 2$$

$$\int_0^2 \frac{e^{2x}}{1 + e^x} dx \quad I = e^2 - 1 + \ln \frac{2}{1 + e^2}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \sin^2 x dx \quad I = \frac{1}{8} (3e^{\pi} - 1)$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{\cos^2 x}{\sin x} dx \quad I = -\frac{1}{2} + \ln \sqrt{3}$$

1. Obliczyć pole zawarte między parabolami $y^2 = x, x^2 = 8y$ *Odp.*: $\frac{8}{3}$
2. Obliczyć pole zawarte między liniami $y = x^3, y = 4x$ *Odp.*: 8
3. Obliczyć pole obszaru ograniczonego liniami $y = x^2, y = \frac{1}{2}x^2, y = 3x$ *Odp.*: $\frac{27}{2}$
4. W jakim stosunku parabola $y^2 = 2x$ dzieli pole koła $x^2 + y^2 = 8$ *Odp.*: $\frac{3\pi + 2}{9\pi - 2}$
5. Obliczyć długość krzywej:
 - a) $y = 2\sqrt{x^3}, 0 \leq x \leq 11$
 - b) $y = \ln \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$
 - c) $y = \sqrt{1 - x^2}, 0 \leq x \leq \frac{1}{2}$
6. Obliczyć objętość bryły obrotowej ograniczonej powierzchnią powstałą z obrotu krzywej dookoła osi Ox
 - a) $y = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 4}}, 0 \leq x \leq 2$
 - b) $y = \frac{\sqrt{x}}{e^x}, 0 \leq x \leq 4.$